

# Verifica di Matematica

Lunedì 28 Ottobre 2013

Nome e Cognome:

*Risolvi i seguenti esercizi scrivendo tutti i ragionamenti o calcoli con cui arrivi alla soluzione.*

1. Considera il settore circolare di area  $\frac{1}{10}$  di una circonferenza di raggio  $\frac{1}{2}$ . Determina l'angolo sotteso in gradi.
2. Partendo dalle formule di addizione  $\sin(\alpha+\beta)$  e  $\cos(\alpha+\beta)$  ricava le formule di duplicazione per esprimere  $\sin(2\alpha)$  e  $\cos(2\alpha)$ . Tramite queste ultime formule trova un valore numerico per  $\sin(2\alpha)$ ,  $\cos(2\alpha)$  e  $\cos(4\alpha)$  per  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$  e  $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ .
3. Dimostra geometricamente che  $\cos(\alpha - \frac{3}{2}\pi) = -\sin \alpha$ . Sono possibili altre dimostrazioni?
4. Rappresenta graficamente sul piano cartesiano la curva  $y = 1 - 4 \cos(x - \frac{3}{2}\pi)$  per  $x \in [-\pi, \pi]$ .
5. Considera la circonferenza di raggio 1. Determina la misura dei due archi che collegano i punti  $(-1, 0)$  e  $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$ .
6. Scrivi la formula per  $\sin(\alpha + \beta)$  e  $\cos(\alpha + \beta)$  in termini di seno e coseno di  $\alpha$  e  $\beta$ . A partire da queste ricava la formula per  $\tan(\alpha + \beta)$  in termini di  $\tan \alpha$  e  $\tan \beta$ . Usa quest'ultima formula per trovare i valori numerici di  $\tan(75^\circ)$  e  $\tan(15^\circ)$ .
7. Verifica che le seguenti uguaglianze siano valide per tutti i possibili angoli:

$$\frac{(\cos(2\alpha) + 1) \tan \alpha}{\sin(2\alpha)} = \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha$$

$$\sqrt{2} \sin\left(2\alpha + \frac{\pi}{4}\right) - \sqrt{2} \cos\left(2\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = 4 \sin \alpha \cos \alpha$$

8. Stabilisci se la seguente uguaglianza può essere valida per tutti gli  $\alpha$ :

$$\sin^3 \alpha = 1 - \cos(4\alpha)$$