

Compito di matematica

Dicembre 2013

Nome e Cognome:

Risolvi i seguenti esercizi scrivendo tutti i ragionamenti o i calcoli con cui arrivi alla conclusione:

1. Partendo dalle formule di bisezione della tangente $\tan(\alpha/2) = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$ e $\tan(\alpha/2) = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$ ricava le formule parametriche $\sin \alpha = \frac{2 \tan(\alpha/2)}{1 + \tan^2(\alpha/2)}$, $\cos \alpha = \frac{1 - \tan^2(\alpha/2)}{1 + \tan^2(\alpha/2)}$.

(a) Dimostra che la seguente identità vale per ogni α per cui è definita:

$$\frac{1 + \tan \frac{\alpha}{2}}{1 - \tan \frac{\alpha}{2}} = \frac{1 + \sin \alpha}{\cos \alpha}$$

(b) Un angolo α è tale che $\sin \alpha + \cos \alpha = 1$. Quanto vale $\tan(\alpha/2)$?

2. Dalle formule di duplicazione ricava la formula di bisezione $\sin(\alpha/2) = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$ e $\cos(\alpha/2) = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$.

(a) Trova il valore di $\sin(\pi/8)$ e $\sin(\frac{13}{12}\pi)$.

(b) Determina il perimetro del poligono regolare di 12 lati inscritto in una circonferenza di raggio 1.

3. Nel triangolo ABC gli angoli interni α , β e γ soddisfano le relazioni $\beta + \gamma = 7\alpha$ e $\beta - \gamma = 3\alpha$. Quanto vale $\tan \alpha$?